

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۱۲
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش			
Azmoon.medu.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از خط کش، پرگار و ماشین حساب ساده (صرفاً چهار عمل اصلی) مجاز است.		
	نمره		

سؤالات فصل اول

۰/۲۵	درستی یا نادرستی هریک از عبارات زیر را مشخص نمایید.	۱
۰/۲۵	الف) در ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 8 \\ -4 & 9 & 6 \\ 7 & 8 & 3 \end{bmatrix}$ ، درایهٔ سطر سوم و ستون دوم ماتریس، برابر ۸ است.	
۰/۲۵	ب) اگر A و B ماتریس‌های مربعی مرتبهٔ ۳ باشند، آنگاه همواره داریم $A \times B = B \times A$.	
۰/۲۵	پ) ماتریس $A = \begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر است.	
۱/۵	۲ اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & x+y \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & x-y \\ z+1 & 3 \end{bmatrix}$ مساوی باشند، مقدار x ، y و z را بیابید.	
۱	۳ دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ 2 & -5 & 1 \end{bmatrix}$ را بر حسب <u>ستون دوم</u> محاسبه نمایید.	
۱/۵	۴ دستگاه $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.	
۱/۲۵	۵ با در نظر گرفتن $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، ماتریس A^7 را بیابید.	

سؤالات فصل دوم

۰/۲۵	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.	۶
۰/۲۵	الف) اگر صفحهٔ P با مولد یک سطح مخروطی موازی باشد و از رأس آن عبور نکند، در این صورت فصل مشترک آن‌ها یک است.	
۰/۲۵	ب) هرچه مقدار خروج از مرکز یک بیضی به صفر نزدیک‌تر شود، شکل بیضی به یک نزدیک‌تر می‌شود.	
۱/۵	۷ خط d و دو نقطهٔ A و B خارج از خط d در یک صفحه هستند. نقطه‌ای از این صفحه بیابید که از خط d به فاصلهٔ ۳ سانتی‌متر بوده و فاصلهٔ آن از A و B برابر باشد. (تعداد جواب در حالات مختلف را بررسی نمایید).	

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۱۲
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش			
Azmoon.medu.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از خط کش، پرگار و ماشین حساب ساده (صرفاً چهار عمل اصلی) مجاز است.		
	نمره		

۸	وضعیت خط $3x + 4y = 0$ را نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ مشخص کنید.	۱/۵
۹	معادله دایره‌ای را بنویسید که خطوط $x + 2y = 1$ و $x - 2y = -3$ شامل قطرهایی از آن بوده و از نقطه $A(1, -2)$ بگذرد.	۲
۱۰	بیضی روبرو با کانون‌های F و F' را در نظر بگیرید. اگر $c = 2$ و محیط مثلث MFF' برابر ۱۲ واحد باشد، اندازه قطر کوچک بیضی را بیابید.	۱/۵
۱۱	اگر $x = 1$ خط هادی و $F'(-3, 2)$ کانون یک سهمی باشد، با تعیین جهت دهانه، مقدار a و رأس سهمی، معادله سهمی را بنویسید.	۱
سؤالات فصل سوم		
۱۲	به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) نقطه $A(1, -2, 3)$ در کدام ناحیه (بخش) از دستگاه مختصات $\mathbb{R}^3$ قرار دارد؟ ب) اگر $A(2, 1, -1)$ و $B(-4, -1, 3)$ دو نقطه در فضای $\mathbb{R}^3$ باشند، طول پاره خط AB را به دست آورید. پ) اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} $ ، زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ چند درجه است؟	۰/۲۵ ۰/۵ ۰/۲۵
۱۳	شکل کلی مربوط به رابطه $x^2 \leq y \leq 2$ را رسم کنید.	۰/۷۵
۱۴	بردارهای $\vec{a} = (4, -2, 4)$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ را در نظر بگیرید. الف) بردار $2\vec{b} - \vec{a}$ را بیابید. ب) تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ را به دست آورید.	۰/۵ ۱
۱۵	اگر $\vec{a}$ یک بردار در فضای $\mathbb{R}^3$ باشد، نشان دهید $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a} ^2$.	۱
۱۶	حجم متوازی السطوح تولید شده توسط سه بردار $\vec{a} = (1, 0, 3)$ ، $\vec{b} = (2, 4, -1)$ و $\vec{c} = (0, -1, 2)$ را محاسبه کنید.	۱/۷۵
۲۰	موفق باشید.	جمع نمره
	صفحه ۲ از ۲	

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۱۲
تعداد صفحه: ۱۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
	نمره		

همکار محترم، با عرض سلام و خداقوت و تشکر از زحمات شما، لطفاً به موارد زیر دقت بفرمایید:

- تأکید می شود که ملاک نمره گذاری، راهنمای نمره گذاری است و از اعمال سلیقه خودداری شود.
- معمولاً رسیدن به جواب نهایی سؤال، در چند مرحله انجام می شود. در صورتی که دانش آموز در مراحل ابتدایی اشتباه کرده باشد، اما با توجه به آن اشتباه بقیه موارد را درست انجام داده باشد، فقط نمره آن اشتباه کسر شود و به بقیه مراحل درست، نمره داده شود.
- در صورتی که دانش آموز فقط پاسخ نهایی را نوشته باشد، ۲۵/۰ نمره تعلق می گیرد.

الف) درست (صفحه ۱۱) ب) نادرست (صفحه ۱۹) پ) درست (صفحه ۱۲) (هر قسمت ۲۵/۰ نمره)	۰/۷۵	۱
تذکر: در صورتی که از واژه «صحیح» به جای واژه «درست» و از واژه «غلط» به جای واژه «نادرست» استفاده شود، نمره تعلق گیرد.		
$\begin{cases} x - y = 5 \quad (۰/۲۵) \\ x + y = 3 \quad (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow \underbrace{x = 4}_{(۰/۲۵)}, \underbrace{y = -1}_{(۰/۲۵)}$	۱/۵	۲
$z + 1 = -1 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \underbrace{z = -2}_{(۰/۲۵)}$		
تذکر: در صورتی که عبارت $z + 1 = -1$ نوشته نشده باشد، ولی $z = -2$ نوشته شود، (۵/۰) نمره تعلق گیرد. (صفحه ۱۳)		
نوشتار اول:		۳
$ A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ 2 & -5 & 1 \end{vmatrix} = \underbrace{-2 \times (-7) + 0 + 5 \times 11}_{(۰/۷۵)} = \underbrace{69}_{(۰/۲۵)}$	۱	
نوشتار دوم:		
$ A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ 2 & -5 & 1 \end{vmatrix} = -2 \times \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 0 + 5 \times \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = \underbrace{-2 \times (-7) + 0 + 5 \times 11}_{(۰/۷۵)} = \underbrace{69}_{(۰/۲۵)}$		
صفحه ۱ از ۱۲		

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۱۲
تعداد صفحه: ۱۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
	نمره		

نوشتار سوم:

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ 2 & -5 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^2 \times 2 \times \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^4 \times 0 \times \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^5 \times (-5) \times \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 69 \quad (0/25)$$

تذکره ۱: در صورتی که عبارت $(-1)^4 \times 0 \times \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$ نوشته نشود یا به جای آن تنها عدد ۰ نوشته شود، نمره‌ای کسر نگردد.

تذکره ۲: در صورتی که دترمینان ماتریس به جای محاسبه بر حسب ستون دوم، بر حسب سطر دوم به درستی محاسبه شود، (۰/۵) نمره تعلق گیرد.

تذکره ۳: در صورتی که محاسبه دترمینان ماتریس با استفاده از روش ساروس یا بر حسب سطر یا ستون دیگر محاسبه شود، به جواب درست آخر (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد.

(صفحه ۲۷)

$$AX = B \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}B \Rightarrow X = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (0/25) \quad \text{یا} \quad \Rightarrow \begin{cases} x = 3 & (0/25) \\ y = 2 & (0/25) \end{cases}$$

تذکره ۱: در صورتی که تنها عبارت $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix}$ نوشته شود، (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد.

تذکره ۲: (۰/۵) نمره باری ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ ، به صورت زیر تعلق گیرد:

برای قطر اصلی (۰/۲۵) نمره و برای قطر فرعی (۰/۲۵) نمره در نظر گرفته شود.

(صفحه ۲۳ و ۲۴)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I \quad (0/5)$$

نوشتار اول:

$$A^3 = (A^2)^3 \times A = (-I)^3 \times A = -I \times A = -A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۱۲
تعداد صفحه: ۱۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
	نمره		

نوشتار دوم:

$$A^T = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I \quad (۰/۵)$$

$$A^V = \underbrace{A^T \times A^T \times A^T \times A}_{(۰/۵)} = (-I)^3 \times A = -I \times A = -A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵)$$

ادامه
۵

تذکر: به نوشتارهای متفاوت دیگر که به درستی انجام شده باشد نمره به تناسب تعلق گیرد.
(مشابه تمرین ۵ صفحه ۲۰)

۶ الف) سهمی (صفحه ۳۵) ب) دایره (صفحه ۴۹) (هر قسمت ۲۵/۰ نمره) ۰/۵

نوشتار اول:

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از A و B به یک فاصله‌اند، عمودمنصف پاره خط AB است. (۰/۲۵)
مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد، دو خط موازی با d ، در دو طرف آن
(۰/۵) و به فاصله ۳ سانتی‌متر از آن است.
نقاط برخورد این دو مکان هندسی (در صورت وجود) جواب مسئله است.
یکی از سه حالت زیر اتفاق می‌افتد:

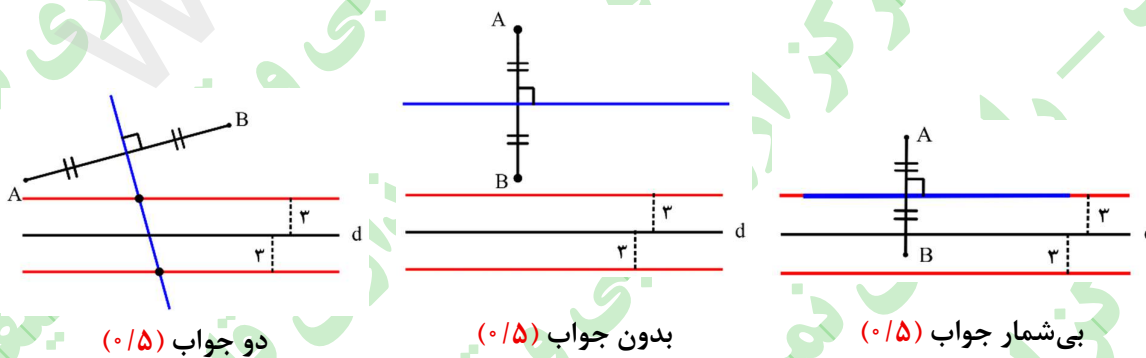
حالت اول: خط عمودمنصف، دو خط موازی را قطع می‌کند، که مسئله دو جواب دارد. (۰/۲۵)

حالت دوم: خط عمودمنصف، با دو خط موازی است، که مسئله جواب ندارد. (۰/۲۵)

حالت سوم: خط عمودمنصف، بر یکی از دو خط موازی منطبق است، که مسئله بی‌شمار جواب دارد. (۰/۲۵)

۱/۵

نوشتار دوم:



راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۱۲
تعداد صفحه: ۱۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
	نمره		

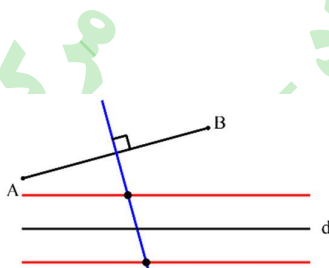
نوشتار سوم:

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از A و B به یک فاصله‌اند، عمودمنصف پاره‌خط AB است. (۰/۲۵)

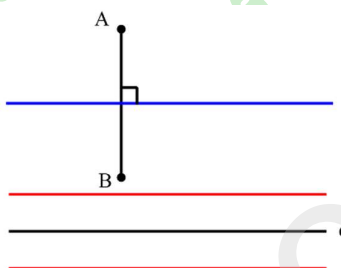
مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد، دو خط موازی با d در دو طرف آن (۰/۵) و به فاصله ۳ سانتی‌متر از آن است.

نقاط برخورد این دو مکان هندسی (در صورت وجود) جواب مسئله است.

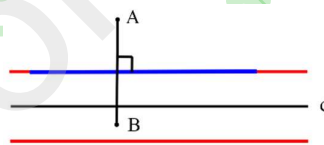
یکی از سه حالت زیر اتفاق می‌افتد:



دو جواب (۰/۲۵)



بدون جواب (۰/۲۵)



بی‌شمار جواب (۰/۲۵)

(صفحه ۳۸)

ادامه
۷

روش اول:

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O(2, 1) & (۰/۲۵) \\ r = 2 & (۰/۲۵) \end{cases}$$

$$\text{فاصله مرکز دایره از خط} = \frac{|3(2) + 4(1) + 0|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

۱/۵

(۰/۵)

فاصله مرکز دایره از خط = شعاع دایره (r) (۰/۲۵)

بنابراین خط بر دایره مماس است. (۰/۲۵)

تذکر: به هر شکلی به تساوی «فاصله مرکز دایره از خط = شعاع دایره (r) » اشاره شود، نمره این بخش تعلق گیرد.

۸

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۱۲
تعداد صفحه: ۱۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره گذاری		نمره

روش دوم:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 4y = 0 \Rightarrow y = \frac{-3}{4}x \\ x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 + \left(\frac{-3}{4}x\right)^2 - 4x - 2\left(\frac{-3}{4}x\right) + 1 = 0$$

$\Delta = 0$ یا معادله بالا جواب مضاعف دارد یا $x = \frac{4}{5}$ تنها جواب معادله است، (۰/۵)

بنابراین خط بر دایره مماس است. (۰/۲۵)

روش سوم:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 4y = 0 \Rightarrow x = \frac{-4}{3}y \\ x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\frac{-4}{3}y\right)^2 + y^2 - 4\left(\frac{-4}{3}y\right) - 2y + 1 = 0$$

$\Delta = 0$ یا معادله بالا جواب مضاعف دارد یا $y = \frac{-3}{5}$ تنها جواب معادله است، (۰/۵)

بنابراین خط بر دایره مماس است. (۰/۲۵)

روش چهارم:

رسم دایره و خط به صورت دقیق

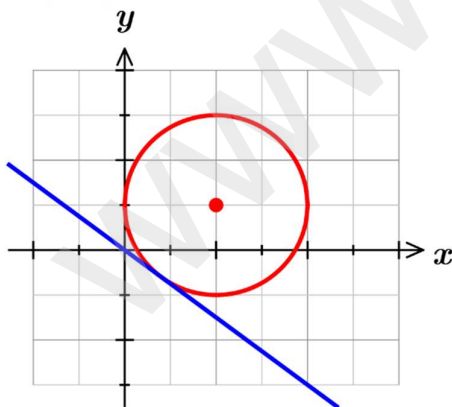
نمایش صحیح مرکز دایره (۰/۵)

مشخص شدن شعاع دایره در شکل به صورت صحیح (۰/۲۵)

رسم صحیح خط (۰/۵)

با توجه به شکل خط بر دایره مماس است. (۰/۲۵)

(صفحه ۴۵)



راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۱۲
تعداد صفحه: ۱۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		نمره

روش اول:

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 2y = 1 \\ x - 2y = -3 \end{array} \right. \Rightarrow \underbrace{x = -1, y = 1}_{(۰/۵)} \vee \underbrace{O(-1, 1)}_{(۰/۲۵)} \left. \vphantom{\begin{array}{l} x + 2y = 1 \\ x - 2y = -3 \end{array}} \right\} \Rightarrow \underbrace{(x+1)^2 + (y-1)^2 = 13}_{(۰/۲۵)} \text{ معادله دایره}$$

$$r = |OA| = \sqrt{13} \quad (۰/۵)$$

تذکر: اگر عبارت $r = |OA|$ نوشته شود ولی شعاع به درستی محاسبه نشود، (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد.

روش دوم:

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 2y = 1 \\ x - 2y = -3 \end{array} \right. \Rightarrow \underbrace{x = -1, y = 1}_{(۰/۵)} \text{ یا } \underbrace{O(-1, 1)}_{(۰/۲۵)}$$

$$۲ \text{ معادله دایره: } (x+1)^2 + (y-1)^2 = r^2 \quad (۰/۲۵)$$

$$\xrightarrow{A(1, -2)} \underbrace{(1+1)^2 + (-2-1)^2}_{(۰/۵)} = r^2 \Rightarrow \underbrace{r^2 = 13}_{(۰/۲۵)}$$

$$۲ \text{ معادله دایره: } (x+1)^2 + (y-1)^2 = 13 \quad (۰/۲۵)$$

روش سوم:

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 2y = 1 \\ x - 2y = -3 \end{array} \right. \Rightarrow \underbrace{x = -1, y = 1}_{(۰/۲۵)} \text{ یا } \underbrace{O(-1, 1)}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 & (۰/۲۵) \\ b = -2 & (۰/۲۵) \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \Rightarrow \underbrace{x^2 + y^2 + 2x - 2y + c = 0}_{(۰/۲۵)}$$

$$\xrightarrow{A(1, -2)} \underbrace{1 + 4 + 2 + 2 + c = 0}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{c = -11}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{x^2 + y^2 + 2x - 2y - 11 = 0}_{(۰/۲۵)}$$

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۱۲
تعداد صفحه: ۱۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		نمره

روش چهارم:

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \xrightarrow{O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})} \begin{cases} \frac{-a}{2} + 2 \times \frac{-b}{2} = 1 \\ \frac{-a}{2} - 2 \times \frac{-b}{2} = -3 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{a = 2}_{(0/25)}, \underbrace{b = -2}_{(0/25)}$$

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 2y + c = 0$$

$$\xrightarrow{A(1, -2)} 1 + 4 + 2 + 4 + c = 0 \Rightarrow \underbrace{c = -11}_{(0/25)}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 2y - 11 = 0 \quad (0/25)$$

(صفحه ۴۲ و ۴۶)

ادامه
۹

$$\underbrace{MF + MF' = 2a}_{(0/25)}, \underbrace{FF' = 2c = 4}_{(0/25)}$$

$$MF + MF' + FF' = 12 \Rightarrow 2a + 4 = 12 \Rightarrow \underbrace{a = 4}_{(0/25)}$$

$$1/5 \quad a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 = 16 - 4 = 12 \Rightarrow \underbrace{b = \sqrt{12}}_{(0/25)} \Rightarrow 2b = 2\sqrt{12} \quad \text{یا} \quad 4\sqrt{3} \quad (0/25)$$

تذکر: در صورتی که به جای $MF + MF' = 2a$ و $FF' = 2c = 4$ عبارت $2a + 2c = 12$ نوشته شود یا به شکل صحیح در تساوی $MF + MF' + FF' = 12$ جایگذاری شوند، نمره‌ای کسر نگردد.

(صفحه ۴۸)

۱۰

دهانه سهمی رو به چپ است. (۰/۲۵)

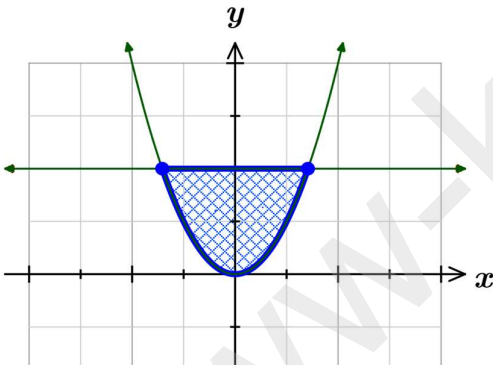
$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1+3}{2} = 2 \quad (0/25) \\ A(-1, 2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow (y-k)^2 = -4a(x-h) \Rightarrow \underbrace{(y-2)^2 = -8(x+1)}_{(0/25)}$$

تذکر: در صورتی که دانش‌آموز با رسم، جهت دهانه، مقدار a یا رأس سهمی را مشخص کرده باشد، نمره بخش مورد نظر تعلق گیرد.

(صفحه ۵۴)

۱۱

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۱۲
تعداد صفحه: ۱۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
	نمره		

۰/۲۵	الف) چهارم (۰/۲۵) (صفحه ۶۴) ب) نوشتار اول: $ AB = \sqrt{(2+4)^2 + (1+1)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{56} \text{ یا } 2\sqrt{14} \quad (۰/۲۵)$ (۰/۲۵)	۱۲
۰/۵	نوشتار دوم: $ AB = \sqrt{(-4-2)^2 + (-1-1)^2 + (3-(-1))^2} = \sqrt{56} \text{ یا } 2\sqrt{14} \quad (۰/۲۵)$ (۰/۲۵) (صفحه ۶۶)	
۰/۲۵	پ) صفر (۰/۲۵) (صفحه ۸۰)	
۰/۷۵	رسم سهمی $y = x^2$ (۰/۲۵) رسم خط $y = 2$ (۰/۲۵) قسمت رنگی (۰/۲۵)  تذکر: در صورتی که قسمت‌هایی که جزو پاسخ نهایی نیستند رسم نشوند، نمره‌ای کسر نگردد. (صفحه ۶۳)	۱۳
۰/۵	الف) نوشتار اول: $2\vec{b} - \vec{a} = (2, -2, 0) - (4, -2, 4) = (-2, 0, -4)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) نوشتار دوم: $2\vec{b} - \vec{a} = (2\vec{i} - 2\vec{j}) - (4\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}) = -2\vec{i} - 4\vec{k}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (صفحه ۷۴)	۱۴
صفحه ۸ از ۱۲		

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۱۲
تعداد صفحه: ۱۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره گذاری		نمره

(ب)

روش اول:

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{4+2+0}{(\sqrt{2})^2} (1, -1, 0) = \underbrace{(3, -3, 0)}_{(0/25)} \quad \text{یا} \quad \frac{6}{2} \underbrace{(1, -1, 0)}_{(0/25)} = \underbrace{(3, -3, 0)}_{(0/25)}$$

تذکر: در صورتی که تنها فرمول نوشته شود (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد.

روش دوم:

$$|\vec{a}| = 6, \quad |\vec{b}| = \sqrt{2}, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 6$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (0/25)$$

تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ ، بردار $\vec{a}'$ است که:

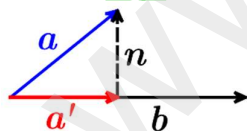
$$|\vec{a}'| = |\vec{a}| \cos \theta = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \quad (0/25)$$

$$|\vec{a}'| = r \times |\vec{b}| \Rightarrow 3\sqrt{2} = r \times \sqrt{2} \Rightarrow r = 3 \quad (0/25)$$

بنابراین:

$$\vec{a}' = 3(1, -1, 0) = (3, -3, 0) \quad (0/25)$$

روش سوم:

فرض کنیم تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ ، بردار $\vec{a}'$ باشد.بردار $\vec{a}'$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ منطبق است. پس موازیند. لذا

$$\vec{a}' = t\vec{b} = (t, -t, 0) \quad (0/25)$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{n} \Rightarrow \vec{n} = \vec{a} - \vec{a}' = (4, -2, 4) - (t, -t, 0) = (4-t, -2+t, 4) \quad (0/25)$$

بردارهای $\vec{n}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند. پس

$$\vec{b} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow (4-t)(1) + (-2+t)(-1) + 4(0) = 0 \Rightarrow t = 3 \Rightarrow \vec{a}' = (3, -3, 0) \quad (0/25)$$

(صفحه ۷۹ و ۸۰)

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۱۲
تعداد صفحه: ۱۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		نمره

۱	روش اول: فرض کنیم $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ پس $\vec{a} \cdot \vec{a} = a_1 a_1 + a_2 a_2 + a_3 a_3 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = \underbrace{\quad}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{ \vec{a} ^2}_{(۰/۷۵)}$ روش دوم: $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a} \vec{a} \cos \theta = \underbrace{ \vec{a} }_{(۰/۲۵)} \underbrace{ \vec{a} }_{(۰/۲۵)} \underbrace{\cos 0}_{(۰/۵)} = \underbrace{ \vec{a} ^2}_{(۰/۲۵)} \times 1 = \underbrace{\quad}_{(۰/۲۵)}$ (صفحه ۷۹)	۱۵
۱/۷۵	روش اول: نوشتار اول: $\vec{b} \times \vec{c} = (7, -4, -2) \quad (۰/۷۵)$ $V = \underbrace{ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) }_{(۰/۲۵)} = \underbrace{ \vec{a} \cdot (7, -4, -2) }_{(۰/۲۵)} = \underbrace{ (1, 0, 3) \cdot (7, -4, -2) }_{(۰/۵)} = \underbrace{1}_{(۰/۲۵)}$ نوشتار دوم: $\vec{a} \times \vec{b} = (-12, 7, 4) \quad (۰/۷۵)$ $V = \underbrace{ \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) }_{(۰/۲۵)} = \underbrace{ \vec{c} \cdot (-12, 7, 4) }_{(۰/۲۵)} = \underbrace{ (0, -1, 2) \cdot (-12, 7, 4) }_{(۰/۵)} = \underbrace{1}_{(۰/۲۵)}$ نوشتار سوم: $\vec{a} \times \vec{c} = (3, -2, -1) \quad (۰/۷۵)$ $V = \underbrace{ \vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) }_{(۰/۲۵)} = \underbrace{ \vec{b} \cdot (3, -2, -1) }_{(۰/۲۵)} = \underbrace{ (2, 4, -1) \cdot (3, -2, -1) }_{(۰/۵)} = \underbrace{1}_{(۰/۲۵)}$ تذکر: در سه نوشتار فوق، در صورتی که فرمول $V = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ یا $V = \vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})$ نوشته نشود، ولی جایگذاری به درستی انجام گردد، نمره‌ای کسر نگردد. تذکر: در هر کدام از سه نوشتار فوق، جابجایی در قسمت ضرب خارجی، برداری قرینه ایجاد می‌کند، تأثیری در جواب ندارد و قابل قبول است.	۱۶
صفحه ۱۰ از ۱۲		

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۱۲
تعداد صفحه: ۱۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
	نمره		

روش دوم:

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} = (-1)^2 \times 1 \times \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + 0 + (-1)^4 \times 3 \times \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 1 \quad (0/5)$$

$$\Rightarrow V = \begin{vmatrix} 1 \end{vmatrix} = 1 \quad (0/25)$$

تذکر ۱: چنانچه قدرمطلق در این حالت گذاشته نشود، نمره‌ای کسر نگردد.

تذکر ۲: چنانچه ترتیب سطرها تغییر کند و حاصل دترمینان منفی شود، محاسبه قدرمطلق دترمینان الزامی است.

تذکر ۳: در صورتی که دانش آموز به هر شیوه صحیح دیگر مقدار دترمینان را درست محاسبه کند، نمره کامل تعلق گیرد.

تذکر ۴: در صورتی که محاسبات مربوط به دترمینان نوشته نشود، اما مقدار دترمینان به درستی به دست آورده شود، نمره‌ای کسر نشود.

ادامه
۱۶

روش سوم:

نوشتار اول:

$$b \times c = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} = (7, -4, -2) \Rightarrow S = \sqrt{49 + 16 + 4} = \sqrt{69} \quad (0/25)$$

$$h = \frac{|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|}{|\vec{b} \times \vec{c}|} = \frac{(7 + 0 - 6)}{(\sqrt{69})^2} \times (7, -4, -2) = \frac{1}{\sqrt{69}} \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow V = Sh = \sqrt{69} \times \frac{1}{\sqrt{69}} = 1 \quad (0/25)$$

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۱۲
تعداد صفحه: ۱۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره گذاری		نمره

نوشتار دوم:

$$\vec{a} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} = (3, -2, -1) \Rightarrow \text{متوازی الاضلاع } S = \sqrt{9 + 4 + 1} = \sqrt{14} \quad (0/25)$$

$$h = \frac{|\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})|}{|\vec{a} \times \vec{c}|^2} = \frac{(6 - 8 + 1) \times (3, -2, -1)}{\sqrt{14}^2} = \frac{1}{\sqrt{14}} \quad (0/5)$$

$$\Rightarrow V = Sh = \sqrt{14} \times \frac{1}{\sqrt{14}} = 1 \quad (0/25)$$

ادامه
۱۶

نوشتار سوم:

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{vmatrix} = (-12, 7, 4) \Rightarrow \text{متوازی الاضلاع } S = \sqrt{144 + 49 + 16} = \sqrt{209} \quad (0/25)$$

$$h = \frac{|\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})|}{|\vec{a} \times \vec{b}|^2} = \frac{(0 - 7 + 8) \times (-12, 7, 4)}{(\sqrt{209})^2} = \frac{1}{\sqrt{209}} \quad (0/5)$$

$$\Rightarrow V = Sh = \sqrt{209} \times \frac{1}{\sqrt{209}} = 1 \quad (0/25)$$

(صفحه ۸۳)

جمع نمره ۲۰

خداقوت همکار گرامی

صفحه ۱۲ از ۱۲