



\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- یک دنباله با جملات غیرصفر، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت  $d$  و دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت  $r$  است. مقدار  $r+d$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$       (۲)  $\frac{1}{2}$       (۳) ۱      (۴) صفر

۲- نقاط  $(1, \beta)$  و  $(-5, \beta)$  روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر  $\frac{1}{p}$  است. اگر سهمی محور  $y$ ها را در نقطه‌ای به عرض  $\frac{3}{p}$  قطع کند، مقدار  $\beta$  کدام است؟

- (۱) ۴      (۲) ۳      (۳) -۲      (۴) -۱

۳- برای مجموعه‌های  $A = \left\{ \frac{x}{2}, \frac{y}{3}, 5 \right\}$  و  $B = \{z, t, 1, 4\}$  فرض کنید  $A \times B = B \times A$  باشد. در چند حالت  $x+y+z+t > 20$  است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۴- با توجه به جدول ارزش درستی گزاره‌های زیر، کدام گزاره مرکب زیر می‌تواند هم‌ارز منطقی گزاره  $X$  باشد؟

p	q	r	X
د	د	د	ن
د	د	ن	د
د	ن	د	ن
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	د	ن	د
ن	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

$$(1) (r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (q \wedge \sim r))$$

$$(2) (\sim r \Rightarrow (p \vee \sim q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (\sim q \wedge r))$$

$$(3) (r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q]$$

$$(4) ((p \wedge q) \Rightarrow r) \Rightarrow [(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow \sim((p \wedge r) \Rightarrow q)]$$

۵- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $3x^2 - 12x - a = 0$  و  $2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7$  باشد، مقدار  $a$  چند برابر ریشه بزرگ‌تر معادله است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۹ (۴) -۹

۶- مجموع ریشه‌های معادله  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2-x)^2} = \frac{40}{9}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳) ۴ (۴)  $\frac{4}{5}$

۷- نقطه  $(-6, 3)$  یکی از رئوس متوازی‌الاضلاعی است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط  $x - 3y = 4$  و  $x + 4y = -3$  هستند. بیشترین فاصله وسط قطر با اضلاع کدام است؟

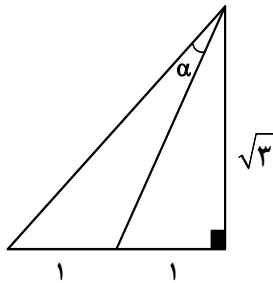
- (۱)  $\frac{19}{2\sqrt{10}}$  (۲)  $\frac{19}{\sqrt{10}}$  (۳)  $\frac{\sqrt{65}}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{2}}$

۸- وارون تابع  $f(x) = \sqrt{x} \sqrt{mx-1}$  در دامنه محدود، خط  $5y - 10x = 12$  را در نقطه‌ای به عرض  $\frac{7}{2}$  قطع می‌کند. مقدار  $f\left(\frac{4}{m}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$  (۲)  $4\sqrt{3}$  (۳)  $4\sqrt{15}$  (۴)  $2\sqrt{15}$

۹- مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر هفته  $\frac{12}{5}$  درصد از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند روز،  $\frac{1}{4}$  از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ ( $\log_3 3 = 0/6$  و  $\log_3 3 = 1/6$ )

- (۱) ۸ (۲) ۲۸ (۳) ۵۶ (۴) ۱۲۶



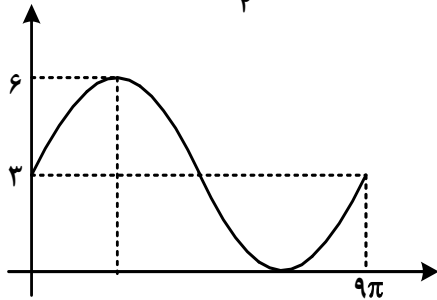
۱۰- در شکل زیر، مقدار  $\tan \alpha$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{5\sqrt{3}}$   
 (۲)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$   
 (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{5}$

۱۱- در یک مثلث، زاویه بین دو ضلع با اندازه‌های ۵ و ۱۲ برابر  $\alpha$  است. اگر مساحت این مثلث ۱۵ باشد، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار  $\alpha$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2\pi}{3}$       (۲)  $\frac{\pi}{3}$       (۳)  $\frac{\pi}{2}$       (۴)  $\frac{\pi}{4}$

۱۲- اگر شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = \frac{2}{a} - \frac{b}{1 + \tan^2(cx - \frac{3\pi}{4})}$  باشد، مقدار  $f(\frac{3\pi}{4})$  کدام است؟



- (۱) ۴  
(۲) ۴/۵  
(۳) ۴/۷۵  
(۴) ۵

۱۳- در معادله مثلثاتی  $3 \sin x - \sqrt{3} \cos x + m \sin(2x + \frac{\pi}{6}) = 1$  اگر  $\sin(x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$  باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$       (۲)  $-\sqrt{3}$       (۳) ۳      (۴) -۳

۱۴- تابع  $f$  اکیداً صعودی و دامنه آن، مجموعه‌ای از مقادیر مثبت است. اگر  $f(2m^2 - 9m - 2) < f(m^2 - 4m + 4)$  باشد،  $m$  دارای چند مقدار صحیح است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۵      (۴) ۶

۱۵- اگر  $f$  تابع هموگرافیک و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)}$  باشد، کدام مورد می‌تواند محل تقاطع مجانب‌های

تابع  $f$  باشد؟

- (۱)  $(\sqrt{\pi}, \pi)$       (۲)  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$       (۳)  $(-1, 1)$       (۴)  $(1, 2)$

محل انجام محاسبات

۱۶- برای مقدار مشخص  $k$ ، تابع  $[x]$  فرد  $\begin{cases} |[-x]-x| & \text{فرد } [x] \\ k-x+[x] & \text{زوج } [x] \end{cases}$  در  $x=n$  و  $x=-n$  پیوسته است. کدام مورد

در خصوص  $n$  صحیح است؟ ( $k, n \in \mathbb{N}$ )

(۱) برای هیچ مقداری از  $n$ ، پیوسته نیست. (۲) برای تمام مقادیر  $n$  پیوسته است.

(۳)  $n$  فرد (۴)  $n$  زوج

۱۷- اگر  $f(x) = \frac{5 \cos x}{1 - \sin x}$  و  $f(x) = xg(x) - 2x + 5$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۷ (۳) صفر (۴) وجود ندارد.

۱۸- خط  $d$  موازی محور  $x$ ها، سهمی  $y = x^2 - 1$  را در دو نقطه قطع می‌کند و مماس‌های رسم شده در این نقاط بر هم عمودند. مجموع عرض‌های این دو نقطه کدام است؟

(۱)  $-\frac{3}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $-\frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{3}{4}$

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح  $k$ ، نقطه عطف منحنی  $y = \frac{k}{2}x^3 - (k+2)x^2$  در ناحیه سوم محورهای مختصات قرار دارد؟

(۱) بیش از ۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۲۰- کمترین فاصله نقاط واقع بر منحنی  $y = -\sqrt{-x - [x^2]}$  از خط  $x - y - 1 = 0$  کدام است؟

(۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{3\sqrt{2}}{5}$  (۳)  $\frac{3\sqrt{2}}{10}$  (۴)  $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

۲۱- ۴ کتاب متمایز با عنوان ریاضی و ۳ کتاب متمایز با عنوان فیزیک را به چند طریق می‌توان روی هم قرار داد به طوری که وقتی آنها را یکی یکی برمی‌داریم تا در گوشه دیگر اتاق روی هم بچینیم، ترتیب عنوان کتاب‌ها (ریاضی و فیزیک) مانند قبل باشد؟

(۱) ۶۳۰ (۲) ۴۳۲ (۳) ۳۱۵ (۴) ۱۴۴

محل انجام محاسبات

۲۲- اگر  $P(A-B) = \frac{3}{7}$  و  $P(B-A) = \frac{1}{7}$  باشد، کمترین مقدار  $\frac{P(A)}{P(B)}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

۲۳- اعداد ۱ تا ۱۰۰ در یک دسته (دسته اول) قرار دارند. دو عدد از بین اعداد دسته اول را حذف نموده و مقدار اختلاف آن دو عدد را در دسته جدید قرار می‌دهیم. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که همه اعداد دسته اول حذف شده و همه اعداد در دسته جدید فرد و غیرتکراری باشند. میانگین داده‌های دسته جدید کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲)  $25/5$  (۳) ۵۰ (۴)  $50/5$

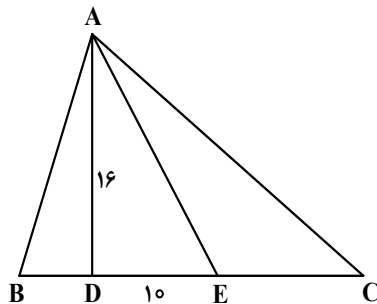
۲۴- چهار کارت به شماره ۱ تا ۴ با احتمال متناسب با عدد نوشته شده روی آنها در اختیار است. کارت‌ها به تصادف انتخاب شده و سپس به تعداد عدد کارت، یک سکه پرتاب می‌شود. اگر سکه یک بار «رو» آمده باشد، با کدام احتمال سکه دقیقاً یک بار پرتاب شده است؟

- (۱)  $\frac{12}{19}$  (۲)  $\frac{4}{13}$  (۳)  $\frac{12}{23}$  (۴)  $\frac{4}{29}$

۲۵- در یک لوزی، هر ضلع واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه بزرگ‌تر لوزی، چند درجه است؟

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۳۵ (۴) ۱۱۵

۲۶- در شکل زیر،  $\widehat{BAD} = \widehat{EAC}$  و  $BA = BE$  است. طول EC کدام است؟



- (۱)  $8/7$  (۲)  $12/4$  (۳)  $9/3$  (۴)  $15/6$

۲۷- از رئوس دو سر قطر کوچک یک متوازی‌الاضلاع، خط‌هایی عمود بر قطر بزرگ رسم می‌کنیم تا سه پاره‌خط روی آن ایجاد شود و امتداد این خطوط ضلع مقابل را قطع کند. اگر طول پاره‌خط وسطی روی قطر بزرگ نصف طول پاره‌خط‌های کناری باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع کوچک حاصل از دو عمود رسم شده چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ساخته شده در شکل است؟

- (۱) ۳ (۲)  $2/5$  (۳) ۲ (۴)  $1/5$

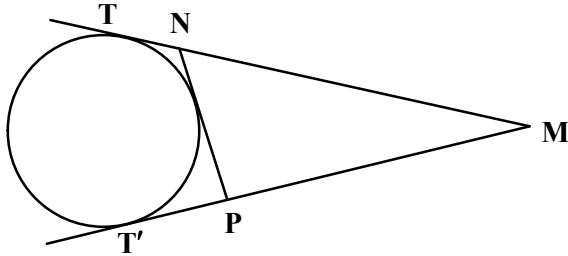
۲۸- در مثلث  $ABC$ ، طول دو میانه عمود بر هم رسم شده از رأس‌های  $B$  و  $C$  به ترتیب،  $۱۲$  و  $۹$  است. مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۵۴ (۳) ۶۴ (۴) ۷۲

۲۹- چهارضلعی  $ABCD$  در یک دایره محاط شده است. رأس‌های این چهارضلعی، رئوس زوایای ظلی واقع بر دایره هستند. مجموع این زاویه‌های ظلی کدام است؟

- (۱)  $۱۸۰$  (۲)  $۵۴۰$  (۳)  $۳۶۰$  (۴)  $۷۲۰$

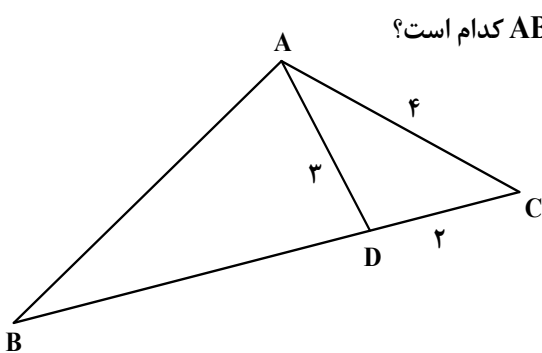
۳۰- در شکل زیر، از نقطه  $M$  دو مماس بر دایره رسم شده است. اگر  $MT = ۱۸$ ،  $MN = ۱۵$  و  $MP = ۱۲$  باشد، شعاع دایره کدام است؟



- (۱) ۴  
(۲) ۶  
(۳)  $۴\sqrt{۵}$   
(۴)  $۶\sqrt{۵}$

۳۱- پاره خط  $AB$  به طول ۵ در یک طرف خط  $d$  قرار دارد. فاصله دو سر پاره خط  $AB$  از خط  $d$  به ترتیب ۱ و ۵ است. نقطه  $C$  طوری روی خط  $d$  انتخاب می‌شود که محیط مثلث  $ABC$  کمترین مقدار باشد. حداقل مجموع اندازه‌های دو ضلع  $AC$  و  $BC$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{۵۷}$  (۲)  $\sqrt{۶۵}$  (۳)  $۳\sqrt{۵}$  (۴)  $۴\sqrt{۶}$



۳۲- در شکل زیر، اگر  $\hat{B}AD = ۳\hat{D}AC$  باشد، محیط مثلث  $ABC$  کدام است؟

- (۱) ۲۴  
(۲)  $۲۵/۵$   
(۳) ۲۷  
(۴)  $۲۸/۵$

۳۳- اگر  $a = (\log ۲۵)^۲ - (\log ۴)^۲$  و  $A = \begin{bmatrix} a & a \\ ۱۰^۴ & ۲۲ \\ a & a \\ ۵^۲ & ۱۰^۲ \end{bmatrix}$  باشد، مقدار  $\left| \frac{1}{3}A \right|$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{۲۵}{۸}$  (۲)  $\frac{۷۵}{۸}$  (۳)  $\frac{۲۵}{۲۴}$  (۴)  $\frac{۷۵}{۲۴}$

۳۴- نمودار سهمی با مختصات رأس  $(-2, 2)$ ، از نقطه  $(1, -1)$  می‌گذرد. طول وتری که از کانون بر محور سهمی عمود رسم می‌شود، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۹

۳۵- اگر دو بردار ناصفر  $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$  و  $\frac{9\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{7\vec{b}}{|\vec{b}|}$  بر هم عمود باشند، مساحت متوازی‌الاضلاعی را که توسط بردارهای

ناصفر  $\frac{3\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|}$  و  $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|}$  ساخته می‌شود، کدام است؟

- (۱)  $1/6$  (۲)  $3/2$  (۳)  $4/8$  (۴)  $6/4$

۳۶- خطی به معادله  $y + 2x = 0$ ، عمودمنصف خط‌المرکزین دو دایره است که شعاع یکی نصف شعاع دیگری است. اگر

معادله دایره بزرگ‌تر به صورت  $x^2 + y^2 + 6x - 2y = a$  و خط مفروض بر دایره کوچک‌تر مماس باشد، مجموع طول نقاط برخورد دو دایره کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{15}}{2}$  (۲)  $-\frac{\sqrt{15}}{2}$  (۳) ۱ (۴) -۱

۳۷- اگر عدد دو رقمی  $\overline{aa}$  را بین ارقام  $a$  و  $2a$  قرار دهید، عدد جدید ساخته می‌شود، حداکثر چند عدد طبیعی می‌تواند  $a$  را عاَد کند؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۸- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی  $x$  که در معادله  $76x + 124y = 364$  صدق می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۵ (۴) ۴

۳۹- حداقل چند زوج مرتب  $(a, b)$  با مؤلفه‌هایی از اعداد صحیح و مثبت انتخاب کنیم تا مطمئن شویم دو زوج مرتب وجود دارد که مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم آنها، مضرب ۳ هستند؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۴۰- حاصل ضرب درجه رأس‌های گراف  $G$  برابر ۴۳۲ است. اگر گراف  $G$  با حداقل تعداد یال رسم شود، حاصل  $\delta(\overline{G}) + q(\overline{G})$  کدام است؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۲۹ (۳) ۲۱ (۴) ۲۳